

## **A GEOMETRIA NA ARTE DO ORIGAMI: UM RECURSO DIDÁTICO DIFERENCIADO**

FRANCO DEYVIS LIMA DE SENA - UEPA/CAPES/Cnpq  
[f.deyvis@hotmail.com](mailto:f.deyvis@hotmail.com)

WAGNER LUIZ PALHETA DE LIMA - UEPA/CAPES/Cnpq  
[wagner696@yahoo.com.br](mailto:wagner696@yahoo.com.br)

RUBERVAN DA SILVA LEITE - UEPA/CAPES/Cnpq  
[rubervan\\_leite@hotmail.com](mailto:rubervan_leite@hotmail.com)

Este trabalho foi desenvolvido numa escola pública no Município de Igarapé-Açu – PA, tendo como principal objetivo auxiliar os alunos na construção de seus conhecimentos geométricos, por meio da arte do Origami, tendo como público a turma de 5ª série (6º Ano) do Ensino Fundamental da Escola Odete Barbosa Marvão, deste mesmo município. Com base em discussões teóricas fomentadas durante a disciplina de Instrumentação para o Ensino de Matemática, foi possível observar o quanto é importante o ensino da geometria para proporcionar uma formação mais significativa aos alunos no ensino fundamental, o que nos levou a proposição do uso do Origami como ferramenta pedagógica para o ensino de Geometria, abordando a história geométrica, sua importância contemporânea e sua apresentação de forma mais concreta por intermédio das dobraduras do Origami. Iniciamos nossa intervenção em sala a partir do recorte de revistas antigas e apresentamos algumas dobraduras básicas e suas correspondentes formas geométricas; após este primeiro contato, construímos juntamente com os alunos formas geométricas tridimensionais como consequência das primeiras dobraduras. Dando prosseguimento, finalizamos a construção da figura geométrica a qual tínhamos proposto, denominada Icosaedro e explanamos a relação com o conhecimento acerca da Geometria. Evidenciando a carência de um ensino eficaz de geometria no meio matemático, buscamos de forma simples, atualizada e criativa sanar parte das dificuldades dos alunos em aprender os conteúdos de geometria, pois fica evidente a importância da experiência concreta dos alunos para uma melhor assimilação do conteúdo proposto. Devido a estes fatos, a prática do Origami torna-se um instrumento de colaboração no processo de ensino-aprendizagem melhorando não só o mesmo, mais a relação professor – aluno.

**Palavras Chave:** matemática. geometria. origami.

## **INTRODUÇÃO**

O presente trabalho desenvolvido numa escola pública no Município de Igarapé-Açu – PA, visou auxiliar os alunos na construção de seus conhecimentos geométricos, por meio da arte do Origami, tendo como público a turma de 6º Ano do Ensino Fundamental da Escola Odete Barbosa Marvão, deste mesmo município.

Tendo como base discussões teóricas, fomentadas durante a disciplina de Instrumentação para o Ensino de Matemática I, sendo que foi possível observar o quão é importante o ensino da geometria para proporcionar uma formação mais significativa aos alunos no ensino fundamental, o que nos levou a proposição do uso do Origami como ferramenta pedagógica, além de abordarmos a história geométrica, sua importância contemporânea e sua apresentação de forma mais concreta por intermédio das dobraduras do Origami.

## **OBJETIVOS**

- Inserir no âmbito escolar as diversas aplicabilidades do origami relacionadas ao conteúdo matemático;
- Facilitar o processo de ensino-aprendizagem dos conceitos geométricos;
- Possibilitar a abstração dos conceitos geométricos de forma clara e coerente.

## **JUSTIFICATIVA**

Evidenciando a carência de um ensino eficaz de geometria no meio matemático, buscamos de forma simples, atualizada, criativa e concreta saciar parte das dificuldades dos alunos em assimilar o conteúdo Matemático. Onde para alcançar nossos objetivos utilizamos a arte do origami, pois segundo Tomoko Fuse “Todo o origami começa quando pomos as mãos em movimento.

Há uma grande diferença entre compreender alguma coisa através da mente e conhecer a mesma coisa através do tacto”. (FUSE, 1981).

Com base na autora citada, fica evidente a importância da experiência concreta dos alunos em relação aos objetos estudados na Geometria, para uma melhor assimilação do conteúdo proposto e uma discussão interdisciplinar. Devido a estes fatos, a prática do Origami torna-se um instrumento de colaboração no processo de ensino-aprendizagem melhorando não só o mesmo, mais a relação professor – aluno.

## **O CONHECIMENTO GEOMÉTRICO**

O conhecimento Geométrico tem sua origem há cerca de 3000 a.C. Desenvolvida com o intuito de atender às necessidades cotidianas das sociedades da época. A Geometria (do grego: *medir a terra - medir a área*) tem dentre muitas de suas finalidades históricas, que ainda se percebem nos dias atuais, o fim de medir e partilhar terras, construir casas, observar e prever os movimentos dos astros, dentre outras atividades. Documentos sobre as antigas civilizações egípcia e babilônica comprovam bons conhecimentos do assunto, geralmente ligados à astrologia.

A partir daí dá-se origem a um dos mais importantes ramos do conhecimento matemático, que desde então veio desenvolvendo-se baseados nas ideias dos mais renomados pensadores, como: Pitágoras, Tales de Mileto, entre outros. Atualmente o conhecimento Geométrico apresenta grande avanço no que diz respeito à seus Fundamentos Teóricos, logicamente, diferente de 3000 a.C. onde eram usados e desenvolvidos de acordo com necessidades e experiências cotidianas das Sociedades da época, como os: egípcios e os babilônios.

Hoje em dia faz-se necessário, para o bom exercício da cidadania, um determinado domínio de diversos tipos de conhecimento, dentre eles o conhecimento Geométrico. O problema atual é: “como transmitir tal conhecimento para o indivíduo?”.

De acordo com os PCN “Parte dos problemas referentes ao ensino de

Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho”.

Baseadas em pesquisas, debates e congressos foram desenvolvidos parâmetros a serem seguidos com a intenção de suprir ou amenizar os problemas percebidos atualmente.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais oferecem para o ensino na etapa Fundamental, várias metas e determinações a serem seguidas e desenvolvidas pelos professores do 1º, 2º, 3º e 4º Ciclos.

## **HISTÓRIA DA GEOMETRIA**

Com o passar dos séculos a compreensão inicial sobre a Geometria foi se modificando, surgindo assim diversas ramificações, tais como:

Geometria Euclidiana é a geometria sobre planos ou objetos em três dimensões baseados nos postulados de Euclides de Alexandria.

Em matemática, linhas ou planos que permanecem sempre a uma distância fixa uns dos outros independentemente do seu comprimento. Este é um princípio da geometria euclidiana. Algumas geometrias não euclidianas, como a geometria elíptica e hiperbólica, no entanto, rejeitam o axioma do paralelismo de Euclides. Os postulados de Euclides são:

1. Dados dois pontos, há um segmento de reta que os une;
2. Um segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta;
3. Dados um ponto qualquer e uma distância qualquer se pode construir um círculo de centro naquele ponto e com raio igual à distância dada;
4. Todos os ângulos retos são iguais;

5. Postulado de Euclides "Se uma linha reta cai em duas linhas retas de forma a que os dois ângulos internos de um mesmo lado sejam (em conjunto, ou soma) menores que dois ângulos retos, então as duas linhas retas, se forem prolongadas indefinidamente, encontram-se num ponto no mesmo lado em que dois ângulos são menores que dois ângulos retos".

A geometria analítica, também chamada geometria de coordenadas e que antigamente recebia o nome de geometria cartesiana, é o estudo da geometria através dos princípios da álgebra. Em geral, é usado o sistema de coordenadas cartesianas para manipular equações para planos, retas, curvas e círculos, geralmente em duas dimensões, mas por vezes também em três ou mais dimensões. Alguns afirmam que a introdução da geometria analítica constituiu o início da matemática moderna.

Geometria descritiva (também chamada de geometria mongeana ou método monge) é um ramo da geometria que tem como objetivo representar objetos de três dimensões em um plano bidimensional. Esse método foi desenvolvido por Gaspard Monge e teve grande impacto no desenvolvimento tecnológico desde sua sistematização. Percebida sua importância, a geometria descritiva foi tratada com atenção e considerada, no início, uma espécie de segredo de estado.

O Ensino de Geometria Descritiva têm o intuito de desenvolver a habilidade de visão espacial em ambientes tridimensionais. No entanto têm sido severamente questionada, pois sua aplicação é voltada a aspectos técnicos como em engenharia e arquitetura, e não existe função de uso dos conceitos aprendidos no dia-a-dia.

Geometria Projetiva: A geometria projetiva surge com as dificuldades dos artistas do Renascimento, para dar aos quadros que pintavam uma forma real dos objetos inspirados de modo que as pessoas ao olharem o identificassem sem dificuldades.

Trigonometria (do grego *trigōnon* "triângulo" + *metron* "medida") é um ramo da matemática que estuda os triângulos, particularmente triângulos em um plano onde um dos ângulos do triângulo mede 90 graus (triângulo retângulo). Também estuda especificamente as relações entre os lados e os ângulos dos triângulos; as funções trigonométricas, e os cálculos baseados nelas.

Uma implicação direta da Trigonometria é o Teorema de Pitágoras que estabelece que "A soma do quadrado das medidas dos catetos (lados que formam o ângulo de  $90^\circ$ , neste caso  $b$  e  $c$ ) é igual ao quadrado da medida da hipotenusa (lado oposto ao ângulo de  $90^\circ$ , ou  $a$ )". Assim:  $a^2 = b^2 + c^2$ .

Topologia (do grego *topos*, "lugar", e *logos*, "estudo") é o ramo da matemática que estuda os espaços topológicos, sendo considerado uma extensão da geometria.

A palavra topologia é usada tanto para descrever essa área de estudos quanto para designar uma família de conjuntos (conjuntos abertos), que são utilizados para definir o conceito básico da teoria, o espaço topológico. Uma classe de funções particularmente importante no estudo dos espaços topológicos são funções conhecidas como homeomorfismos. Elas são as funções que preservam a "estrutura topológica" dos seus espaços, assim se entre dois espaços existe um homeomorfismo então eles são topologicamente indistinguíveis.

Geometria Elíptica/Esférica e Hiperbólica: A partir das tentativas de provar o postulado das paralelas como um teorema utilizando os restantes nove axiomas e postulados de Euclides, descobriu-se que o substituindo criam-se novas geometrias, tão consistentes quanto a Euclidiana. Os matemáticos Bolyai (1832), Lobachevsky (1829), Gauss (1800), Legendre (1794), Lambert (1770), Saccheri (1733) e Riemann (1851) lançaram as bases das outras geometrias.

A geometria com complexos é comumente utilizada na resolução de problemas de números complexos.

Um complexo na sua forma algébrica  $z = a + bi$ , possuindo parte real  $a$  e parte imaginária  $b$ . Desta forma um número complexo ( $z = a + bi$ ) pode ser interpretado como um ponto no plano de Argand-Gauss, aonde pode ser trabalhado da mesma forma que no plano cartesiano, tendo seus afixos (pontos  $(x, y)$ ) em  $a$  como  $x$  e  $b$  como  $y$ .

Um complexo pode ter associado nele um vetor de origem na origem  $(0,0)$  e extremidade em  $(a, b)$ .

A Geometria Diferencial, originada da junção do Cálculo com a Geometria, nasceu, de certo modo, como uma ciência aplicada, principalmente em questões originadas da cartografia.

Ela tem se destacado atualmente por seu valor computacional e se diferencia a partir do trabalho de Riemann pela maneira *intrínseca* de se tratar a geometria, na qual não se pode 'sair' do objeto geométrico, a exemplo: o estudo dos sólidos de revoluções.

A Geometria Fractal é o ramo da matemática que estuda as propriedades e comportamento dos fractais. O termo fractal vem do latim *fractus*, fração, quebrado e diz respeito a figuras da geometria não-Euclidiana.

Descreve muitas situações que não podem ser explicadas facilmente pela geometria clássica, e foram aplicadas em ciência, tecnologia e arte gerada por computador. As raízes conceituais dos fractais remontam a tentativas de medir o tamanho de objetos para os quais as definições tradicionais baseadas na geometria euclidiana falham.

## **O ORIGAMI NA PERSPECTIVA CURRICULAR**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem o ensino de todas essas ramificações da geometria, mas este objetivo não vem sendo alcançado.

Seria então necessário um método de ensino que facilitasse a aprendizagem e assimilação do conteúdo, um dos mais aclamados é o Método de Van Hiele.

Este método consiste na valorização da aprendizagem como um processo gradual, global e construtivo. Gradual, porque considera que a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica são obtidos gradualmente. Global, porque figuras e propriedades não são abstrações isoladas, pois tais inter-relacionam-se, pressupondo diversos níveis que levam a outros significados. Construtivo, porque pressupõem que não existe transmissão de conhecimentos, mas que o aluno deverá construir seus conceitos (SERRAZINA e MATOS, 1996).

O ensino de Geometria no Brasil permanece no nível inicial, onde os alunos julgam que o quadrado não é retângulo só porque possuem aparências diferentes (LORENZATO, 2008).

Para o 1º e 2º Ciclo, o PCN determina com relação ao Ensino de Espaço e Forma, que o aluno deverá ao final dos Ciclos:

- Compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.
- Observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.
- Estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Para o 3º e 4º Ciclo, o PCN determina com relação ao Ensino de Espaço e Forma, que o aluno deverá ter noção ao final dos Ciclos:

- Noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas.
- Ter desenvolvido habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta
- Estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, através da exploração de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato.

## **A TEORIA DE VAN HIELE**

A teoria de Dina e Peter Van Hiele referem-se ao ensino e aprendizagem da Geometria. Esta teoria, desenvolvida nos anos 50, propõe uma progressão na aprendizagem deste tópico através de cinco níveis cada vez mais complexos. Esta progressão é determinada pelo ensino. Assim, o professor tem um papel fundamental ao definir as tarefas adequadas para os alunos progredirem para níveis superiores de pensamento. Sem experiências adequadas, o seu progresso através dos níveis é fortemente limitado.

Níveis de aprendizagem da Geometria (Van Hiele)

- 1: Visualização – Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global;
- 2: Análise - Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas;



3: Ordenação - Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas;

4: Dedução - Domínio do processo dedutivo e das demonstrações. Reconhecimento de condições necessárias e suficientes;

5: Rigor - Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria.

A teoria de Van Hiele sugere que o pensamento geométrico evolui de modo lento desde as formas iniciais de pensamento até as formas dedutivas finais onde a intuição e a dedução, vão se articulando. As crianças começam por reconhecer as figuras e diferenciá-las pelo seu aspecto físico e só posteriormente o fazem pela análise das suas propriedades.

Fases de aprendizagem na perspectiva de Van Hiele:

Van Hiele considerou cinco fases de aprendizagem, para orientar os professores na construção de atividades que proporcionem os alunos atingirem os níveis. Essas fases são:

*Fase 1: Informação*

Nessa etapa, professores e alunos conversam através de perguntas e respostas apropriadas a cada nível de Van Hiele, com a intenção de identificar a verdadeira situação dos discentes. Com o objetivo de estabelecer por onde começar as atividades para por em prática.

*Fase 2: Orientação Guiada*

De acordo com as observações feitas na etapa anterior, o professor elabora atividades que irão revelar gradualmente aos alunos as estruturas características desse nível. Essas tarefas têm como objetivo possibilitar ao discente gerar respostas específicas.

Nesta fase, a didática utilizada pelo professor é de fundamental importância para alcançar o êxito em determinado nível.

*Fase 3: Explicitação*

Há uma inter-relação entre os conhecimentos dos alunos, onde os mesmos expressam suas idéias e experiências sobre as estruturas que foram observadas anteriormente. Enquanto que o professor assume a função de orientar apenas a linguagem adequada a ser utilizada por eles.

#### Fase 4: *Orientação Livre*

Está relacionado essencialmente no uso dos conhecimentos obtidos pelos alunos nas fases anteriores. Os discentes se deparam com situações mais complexas, no qual as tarefas podem ser respondidas de diversas maneiras, dependendo de como será interpretada o comando das questões, devido a isso os alunos podem escolher a melhor forma de resolvê-las.

#### Fase 5: *Integração*

Nesta fase, o conhecimento adquirido anteriormente é revisto resumido e comparado pelos alunos, com intuito de construir uma nova visão de objetivos e relações. Os discentes possivelmente formariam uma nova rede de relações e conseguiriam atingir um novo nível de pensamento no final dessa fase.

No final da quinta fase, os alunos alcançam um novo nível de pensamento. O novo domínio de raciocínio substitui o antigo, e os alunos estão prontos para repetir as fases de aprendizado no nível seguinte (CROWLEY, 1996, p. 08).

Acreditamos que o modelo de Van Hiele é de fundamental importância, pois desenvolve o pensamento geométrico de forma gradual, de modo a propiciar um aprendizado mais significativo.

A metodologia utilizada em sala de aula deve ser de forma investigativa e detalhada, uma vez que o desenvolvimento do pensamento geométrico segundo o modelo de Van Hiele ocorre através de fases hierárquicas. Através de atividades lúdicas elaboradas com a participação dos alunos, consideramos que este modelo pode mostrar resultados no ponto de vista da psicologia da matemática.

### **UTILIZAÇÃO DO ORIGAMI NA GEOMETRIA**

O manuseio do Origami dentro das perspectivas propostas neste trabalho tem por finalidade verificar as fases de desenvolvimento geométrico do aluno segundo os níveis da teoria de Van Hiele.

Primeiramente apresentamos aos alunos algumas revistas usadas, para que os mesmos recortá-las em quadrados perfeitos de dimensão

10cmx10cm, onde eles puderam identificar as figuras geométricas percebendo diferenças e semelhanças presentes nelas (nível de visualização). Após a isso, os alunos foram capazes de observar e descrever as figuras apresentadas nas dobraduras do papel, onde se dá o segundo nível, a análise.

Com o decorrer das dobraduras os alunos descreveram as formas geométricas encontradas losango o, triângulo, retângulo, quadrado, entre outras, o que caracteriza o nível de Ordenação, já os alunos que tiveram a capacidade de demonstrar que, por exemplo, um quadrado era denominado desta forma por obter quatro lados iguais, encontraram-se no nível de dedução, porém, para quem não estuda as especificidades da matemática raramente alcançará o nível de rigor. Quando o mesmo terá que resolver diferentes sistemas axiomáticos, desenvolvendo problemas geométricos de forma abstrata através do estudo comparativo das várias geometrias não-euclidianas.

Após a compreensão dos alunos sobre as formas encontradas nas dobraduras, partimos para a construção de figuras tridimensionais, utilizando as peças confeccionadas pelos mesmos. Dentre estas figuras encontramos o cubo, o paralelepípedo e por fim a figura com o maior grau de dificuldade em sua construção, o icosaedro.

Recomendamos que o professor procure qualquer livro sobre o assunto e que a sua disposição para com os alunos faça com que o mesmo, exerça as atividades que lhe forem mais convenientes. Não se esquecendo do principal objetivo da atividade, que é a assimilação do conhecimento Geométrico.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste trabalho foi possível constatar a importância de o professor oportunizar aos alunos meios de participarem das aulas para que se sintam motivados em aprender novos conteúdos, desenvolvendo conhecimentos, habilidades e competências demandadas pela sociedade.

Os resultados obtidos nesse trabalho nos levam a concluir que os desenvolvimentos das atividades com a dobradura de papel contribuíram para o aprendizado do conteúdo de geometria, além de lhes ajudar a desenvolver uma capacidade de raciocínio, persuasão, motivação e afetividade.

Entendemos assim, que o objetivo foi alcançado ao trabalhar no ponto de vista de uma metodologia inovadora, em que o aluno tenha condições de ser um agente participativo da aula e que se torne ativo na construção do seu próprio conhecimento.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

FUSE, Tomoko. **Origami boxes**. Tokio: Joyful Origami, 1981.  
\_\_\_\_\_. Unit origami. Tokyo: Japan Publications, 1981.

SERRAZINA, Maria de Lurdes; MATOS, José Manuel. **Didáctica da matemática**. Portugal, Universidade Aberta, 1996.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.